

Analisis dan Simulasi Model Matematika SIRC pada Dinamika Penyakit Diabetes Mellitus dengan Komplikasi

Awawin Mustana Rohmah¹, Alvina Wiliyanti², Mohammad Syaiful Pradana³,
Siti Alfiatur Rohmaniah⁴, Rifky Ardhana Kisno Saputra⁵

^{1,2,3,4}Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Darul Ulum

⁵Manajemen, Fakultas Ekonomi dan Bisnis, Universitas Islam Darul Ulum

awawin.emer@unisda.ac.id

Abstract. Diabetes is a global health problem with a continuously increasing prevalence, adversely affecting quality of life and increasing the risk of health complications. This study applies the SIRC mathematical model to describe the temporal dynamics of diabetes, with model parameters calibrated using recent data. System stability is analyzed using the Jacobian method to determine equilibrium points and system behavior. The results indicate a high incidence of disease and complications, while the recovery rate remains relatively low. The basic reproduction number (R_0) of 1.6483 suggests that the disease still has the potential to spread. Furthermore, the equilibrium point E_1 is found to be unstable due to the presence of positive eigenvalues. This study provides important insights into diabetes dynamics that may support effective health management strategies.

Keywords: SIRC Model, Basic Reproduction Number, Diabetes Mellitus

Abstrak. Diabetes merupakan masalah kesehatan global yang terus meningkat dan berdampak pada kualitas hidup serta risiko komplikasi kesehatan. Penelitian ini menerapkan model matematika SIRC untuk menggambarkan dinamika diabetes seiring waktu dengan penyesuaian parameter berdasarkan data terkini. Analisis kestabilan sistem dilakukan menggunakan metode Jacobian untuk menentukan titik keseimbangan dan perilaku sistem. Hasil analisis menunjukkan tingginya kejadian penyakit dan komplikasi, sementara tingkat pemulihan relatif rendah. Nilai bilangan reproduksi dasar (R_0) sebesar 1,6483 mengindikasikan bahwa penyakit masih berpotensi menyebar. Selain itu, titik keseimbangan E_1 dinyatakan tidak stabil karena memiliki nilai eigen positif. Penelitian ini memberikan gambaran penting mengenai dinamika diabetes yang dapat mendukung upaya pengelolaan kesehatan.

Kata Kunci: Model SIRC, Bilangan Reproduksi Dasar, Diabetes Melitus

1 Pendahuluan

Diabetes merupakan salah satu penyakit kronis yang menjadi perhatian utama dalam bidang kesehatan global karena jumlah penderitanya terus meningkat dari tahun ke tahun. Penyakit ini tidak hanya menurunkan kualitas hidup penderita, tetapi juga berpotensi menimbulkan berbagai komplikasi serius yang berdampak pada kondisi kesehatan jangka panjang. Oleh karena itu, pemahaman yang baik

mengenai pola perkembangan diabetes dan komplikasinya sangat diperlukan sebagai dasar dalam perencanaan strategi pengelolaan penyakit yang efektif.

Pendekatan pemodelan matematika menjadi salah satu metode yang dapat digunakan untuk menggambarkan dinamika penyakit secara sistematis [1]. Melalui pemodelan ini, perubahan jumlah individu dalam setiap kelompok kondisi kesehatan dapat dianalisis dari waktu ke waktu. Salah satu model yang dapat digunakan adalah model SIRC, yang membagi populasi ke dalam kelompok rentan, terinfeksi, pulih, dan individu dengan komplikasi [2]. Model ini memungkinkan analisis hubungan antar kelompok serta dampak komplikasi terhadap perkembangan penyakit secara keseluruhan. Beberapa penelitian yang membahas tentang pemodelan penyakit ini adalah [3]

Dalam penelitian ini, model SIRC diterapkan untuk menggambarkan dinamika diabetes dengan mempertimbangkan data terkini. Parameter model disesuaikan agar mampu merepresentasikan kondisi nyata, sehingga hasil analisis yang diperoleh lebih relevan secara praktis. Selain itu, analisis kestabilan sistem dilakukan menggunakan pendekatan Jacobian untuk menentukan titik keseimbangan dan perilaku sistem di sekitar titik tersebut.

Hasil analisis menunjukkan bahwa kejadian diabetes dan komplikasi cenderung lebih dominan dibandingkan dengan tingkat pemulihan. Nilai bilangan reproduksi dasar yang lebih besar dari satu mengindikasikan bahwa penyakit masih berpotensi untuk terus berkembang. Kondisi ini diperkuat oleh hasil analisis kestabilan yang menunjukkan bahwa titik keseimbangan endemik bersifat tidak stabil. Temuan ini memberikan gambaran penting mengenai dinamika diabetes dan dapat menjadi dasar dalam pengambilan kebijakan serta perencanaan strategi pengelolaan kesehatan yang lebih efektif.

2 Metodologi Penelitian

Penelitian ini menggunakan pendekatan pemodelan matematika untuk menganalisis dinamika penyakit diabetes beserta perkembangan komplikasinya. Tahap awal penelitian dilakukan melalui studi literatur terhadap berbagai sumber ilmiah yang membahas pemodelan matematika pada penyakit kronis, khususnya model dinamik yang merepresentasikan transisi kondisi klinis dari diabetes menuju fase komplikasi. Studi literatur ini bertujuan untuk memperoleh dasar teoritis dalam penyusunan struktur model, penentuan asumsi, serta pemilihan parameter yang relevan.

Model matematika yang digunakan dalam penelitian ini diformulasikan dalam bentuk sistem persamaan diferensial biasa dengan pendekatan SIRC, di mana populasi dibagi ke dalam empat kompartemen, yaitu individu rentan (*Susceptible*), individu dengan diabetes (*Infected*), individu dalam fase pemulihan atau pengendalian penyakit (*Recovered*), serta individu yang mengalami komplikasi (*Complication*) [4][5]. Model ini dirancang untuk menggambarkan interaksi antar kompartemen dan alur perpindahan individu seiring waktu, sehingga dinamika perkembangan penyakit dapat dianalisis secara sistematis.

Selanjutnya, dilakukan analisis titik kesetimbangan sistem yang meliputi titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik. Penentuan titik kesetimbangan ini bertujuan untuk mengidentifikasi kondisi jangka panjang dari sistem, baik ketika penyakit tidak berkembang maupun ketika penyakit bertahan

dalam populasi. Untuk menilai kestabilan masing-masing titik kesetimbangan, matriks Jacobian dari sistem dihitung dan dievaluasi pada titik-titik tersebut. Nilai eigen yang diperoleh dari matriks Jacobian digunakan sebagai dasar dalam menentukan sifat kestabilan system[6][7].

Selain itu, bilangan reproduksi dasar (R_0) dihitung sebagai indikator utama potensi penyebaran penyakit dalam populasi. Nilai R_0 digunakan untuk mengevaluasi apakah diabetes berpotensi berkembang atau cenderung menurun dalam jangka panjang berdasarkan parameter yang digunakan dalam model [8].

Tahap akhir penelitian dilakukan melalui simulasi numerik untuk menggambarkan perilaku solusi sistem dari waktu ke waktu. Simulasi ini bertujuan untuk memvisualisasikan dinamika setiap kompartemen serta mendukung hasil analisis analitik yang telah diperoleh. Hasil simulasi kemudian diinterpretasikan untuk memberikan pemahaman yang lebih komprehensif mengenai dinamika diabetes dan komplikasinya, serta implikasinya terhadap upaya pengelolaan dan pengendalian penyakit.

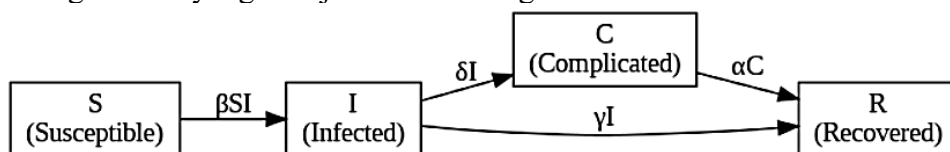
3 Hasil dan Pembahasan

Model SIR (*Susceptible, Infected, Recovered*) penambahan kategori C yaitu (*Complication*) adalah salah satu model matematika dasar yang digunakan untuk mempelajari penyebaran penyakit menular dalam populasi. Model SIR membagi populasi menjadi empat kompartemen utama yaitu: *Susceptible (S)* Individu yang rentan terhadap penyakit atau kondisi medis tertentu dan dapat terinfeksi atau membutuhkan pengobatan. *Infected (I)* Individu yang terinfeksi atau sedang dalam proses pengobatan. *Recovered (R)* Individu yang telah sembuh atau stabil setelah mendapatkan pengobatan. *Complication (C)* Individu yang mengalami diabetes dengan komplikasi penyakit lain. Adapun nilai-nilai parameter yang digunakan dalam model ini diperoleh berdasarkan data historis pasien di salah satu rumah sakit Lamongan dan referensi literatur terkait. Parameter-parameter yang ditentukan antara lain:

Tabel 1. Kerangan Parameter

Pernyataan	Simbol
Laju perpindahan pasien dari kelompok susceptible ke infected	β
Laju pemulihan pasien dari kelompok infected menjadi recovered	γ
Laju perkembangan pasien dari kelompok infected ke kelompok komplikasi	δ
Laju kesembuhan dari kelompok komplikasi	α

Secara sistematis, dinamika transmisi penyakit diabetes mellitus di deskripsikan dalam diagram alir yang di sajikan dalam diagram alir model dinamika SIRC.



Gambar 1. Diagram Alir SIRC

Berdasarkan gambar 1. Di peroleh persamaan diferensial non linier dari model SIRC pada dinamika penyakit diabetes sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= -\beta SI \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma I + \alpha C \\ \frac{dI}{dt} &= \beta SI - \gamma I + \delta I \\ \frac{dC}{dt} &= \delta I - \alpha C \end{aligned} \tag{1}$$

1. Titik Kesetimbangan Bebas Infeksi

Titik kesetimbangan bebas penyakit adalah kondisi ketika tidak terdapat individu yang terinfeksi maupun mengalami komplikasi, yaitu $I = 0$ dan $C = 0$. Untuk menentukan titik ini, sistem persamaan diferensial model SIRC dianalisis pada kondisi tersebut[3]. Model SIRC yang diberikan yaitu pada persamaan (1).

Titik kesetimbangan bebas infeksi (E_1) menggambarkan keadaan ketika tidak terdapat individu yang terinfeksi maupun mengalami komplikasi, yaitu $I = 0$ dan $C = 0$. Dengan di substitusikan nilai tersebut ke dalam sistem, diperoleh $E_1 = S_1, I, C, R = (S, 0, 0, 0)$.

2. Titik Kesetimbangan Endemik

Titik kesetimbangan endemik menggambarkan keadaan sistem ketika penyakit tetap ada dalam populasi, yaitu ketika jumlah individu dalam setiap kompartemen berada dalam kondisi stabil (tidak berubah terhadap waktu), namun terdapat sejumlah individu yang masih terinfeksi ($I > 0$) dan juga mengalami komplikasi ($C > 0$)

Untuk menentukan titik ini, sistem persamaan diferensial model SIRC dianalisis pada kondisi:

$$\frac{dS}{dt}, \frac{dI}{dt}, \frac{dR}{dt}, \frac{dC}{dt} = 0 \tag{2}$$

Model SIRC yang diberikan oleh sistem persamaan (1) dengan mensubstitusikan syarat kesetimbangan.

$$\frac{dS}{dt} = 0, \text{ di peroleh: } -\beta SI = 0 \Rightarrow S = 0 \text{ atau } I = 0$$

Karena yang dicari adalah titik kesetimbangan endemik, maka $I \neq 0$, sehingga $S_2 = \frac{\gamma + \delta}{\beta}$

$$\frac{dC}{dt} = 0, \text{ diperoleh: } \delta I - \alpha C = 0 \Rightarrow C = \frac{\delta}{\alpha} I$$

$$\frac{dR}{dt} = 0, \text{ Karena nilai } C = \frac{\delta}{\alpha} I, \text{ maka di peroleh } \frac{dR}{dt} = \gamma I + \alpha \left(\frac{\delta}{\alpha}\right) I = (\alpha + \delta) I$$

Persamaan ini secara otomatis akan terpenuhi dengan hubungan antara C dan I , maka bentuk umum dari titik kesetimbangan bebas endemik sebagai berikut:

$$E_2 = S_2, I_2, R_2, C_2 = \frac{\gamma + \delta}{\beta}, I, R, \left(\frac{\delta}{\alpha}\right) I$$

3. Bilangan Reproduksi Dasar

Bilangan reproduksi dasar (R_0) merupakan parameter kunci dalam epidemiologi matematika yang menyatakan rata-rata jumlah individu yang dapat

terinfeksi langsung oleh satu individu terinfeksi dalam populasi yang sepenuhnya rentan (susceptible). Nilai (R_0) berperan penting dalam menentukan apakah suatu penyakit akan punah atau bertahan di dalam suatu populasi.

Untuk model SIRC yang digunakan dalam penelitian ini, perhitungan (R_0) dilakukan dengan menggunakan Metode Next Generation Matrix (NGM), yang dikembangkan oleh Diekmann, Heesterbeek, dan Roberts. Metode ini memfokuskan pada kompartemen yang secara langsung menyumbang pada penyebaran infeksi, yaitu kompartemen Infected (I) dan Complicated (C).

Dengan definisi vektor status infeksi sebagai $x = \begin{bmatrix} I \\ C \end{bmatrix}$, yang memuat dua kompartemen. Selanjutnya, ditentukan laju infeksi baru yang masuk ke dalam kompartemen infeksius. Hanya kompartemen I yang menerima individu baru akibat penularan langsung dari kelompok rentan (S). Laju ini dinyatakan dalam bentuk matriks sebagai $F(x) = \begin{bmatrix} \beta SI \\ 0 \end{bmatrix}$

diturunkan menjadi bentuk matriks Jacobian dari F terhadap x yaitu $F = \begin{bmatrix} \beta S_0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ dengan S_0 adalah nilai awal populasi rentan.

Selanjutnya, ditentukan laju transisi keluar dari status infeksius, yang terdiri dari perpindahan individu dari kompartemen I ke R dan C , serta dari C ke R . Laju transisi ini dituliskan sebagai:

$$V(x) = \begin{bmatrix} (\gamma + \delta)I \\ -\delta I + \alpha C \end{bmatrix}$$

Yang diturunkan terhadap matriks Jacobian terhadap x

$$V(x) = \begin{bmatrix} \gamma + \delta & 0 \\ -\delta & \alpha \end{bmatrix}$$

$$V^{-1} = \frac{1}{(\gamma + \delta)\alpha} \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ \delta & \gamma + \delta \end{bmatrix}$$

$$FV^{-1} = \frac{1}{(\gamma + \delta)\alpha} \begin{bmatrix} \beta S_0 \alpha & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Bilangan reproduksi (R_0) diperoleh dengan mengambil nilai eigen terbesar dari matriks FV^{-1} . Dalam hal ini nilai eigen terbesar adalah

$$R_0 = \frac{\beta S_0}{\gamma + \delta}$$

Hasil ini memberikan interpretasi penting terhadap dinamika penyakit. Jika $R_0 < 1$, maka penyakit cenderung akan punah karena satu individu tidak mampu menularkan infeksi ke lebih dari satu individu lain. Sebaliknya, jika $R_0 > 1$, maka penyakit berpotensi menyebar secara luas di populasi dan menjadi endemik.

4. Analisis Titik Keseimbangan

Model dinamika penyebaran penyakit yang digunakan dalam penelitian ini merupakan sistem persamaan diferensial nonlinier (1) sistem ini melibatkan interaksi nonlinier antar kompartemen, khususnya pada suku βSI , sehingga untuk

menganalisis kestabilan titik kesetimbangan diperlukan proses pelinearisan. Pelinearisan dilakukan dengan menghitung matriks Jacobian dari sistem.

Matriks Jacobian J disusun dari turunan parsial fungsi-fungsi laju perubahan terhadap setiap variabel keadaan. Berdasarkan sistem di atas, diperoleh:

$$J(S, I, R, C) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial S} & \frac{\partial f_1}{\partial I} & \frac{\partial f_1}{\partial R} & \frac{\partial f_1}{\partial C} \\ \frac{\partial f_2}{\partial S} & \frac{\partial f_2}{\partial I} & \frac{\partial f_2}{\partial R} & \frac{\partial f_2}{\partial C} \\ \frac{\partial f_3}{\partial S} & \frac{\partial f_3}{\partial I} & \frac{\partial f_3}{\partial R} & \frac{\partial f_3}{\partial C} \\ \frac{\partial f_4}{\partial S} & \frac{\partial f_4}{\partial I} & \frac{\partial f_4}{\partial R} & \frac{\partial f_4}{\partial C} \end{bmatrix}$$

Hitung turunan parsial:

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= -\beta SI & \frac{dI}{dt} &= \beta SI - \gamma I - \delta I & \frac{dC}{dt} &= \delta I - \alpha C \\ \frac{f_1}{\partial S} &= -\beta I & \frac{f_2}{\partial S} &= -\beta I & \frac{f_3}{\partial S} &= 0 \\ \frac{f_1}{\partial I} &= -\beta S & \frac{f_2}{\partial I} &= \beta S - \gamma - S & \frac{f_3}{\partial I} &= \delta \\ \frac{f_1}{\partial C} &= 0 & \frac{f_2}{\partial C} &= 0 & \frac{f_3}{\partial C} &= -\alpha \end{aligned}$$

Namun karena fokus hanya pada kompartemen S, I, C , maka submatriks Jacobian yang relevan dituliskan sebagai:

$$J = \begin{bmatrix} -\beta I & -\beta S & 0 \\ \beta I & \beta S - \gamma - \delta & 0 \\ 0 & \delta & -\alpha \end{bmatrix} \quad (3)$$

Substitusi nilai $E_1 = (S, 0, 0, 0)$ kedalam matriks pada persamaan (3) sehingga diperoleh:

$$JE_1 = \begin{bmatrix} 0 & -\beta S_0 & 0 \\ 0 & \beta S_0 - \gamma - \delta & 0 \\ 0 & \delta & -\alpha \end{bmatrix}$$

Matriks ini berbentuk segitiga bawah sehingga nilai eigen dapat langsung diperoleh dari elemen diagonal, yaitu:

$$\lambda_1 = 0, \lambda_2 = \beta S_0 - \gamma - \delta, \lambda_3 = -\alpha$$

Berdasarkan nilai eigen tersebut, kestabilan lokal titik kesetimbangan bebas infeksi ditentukan oleh tanda dari λ_2 . Titik E_1 akan bersifat stabil asimiotik lokal apabila:

$$\beta S_0 - \gamma - \delta < 0 \implies \beta S_0 < \gamma + \delta$$

Sebaliknya, jika $\beta S_0 > \gamma + \delta$, maka terdapat satu nilai eigen positif sehingga E_1 bersifat tidak stabil, yang menunjukkan bahwa penyakit dapat menyebar di populasi. Selanjutnya model matematika SIRC akan dilakukan simulasi dengan menggunakan google collab.

5. Simulasi Numerik

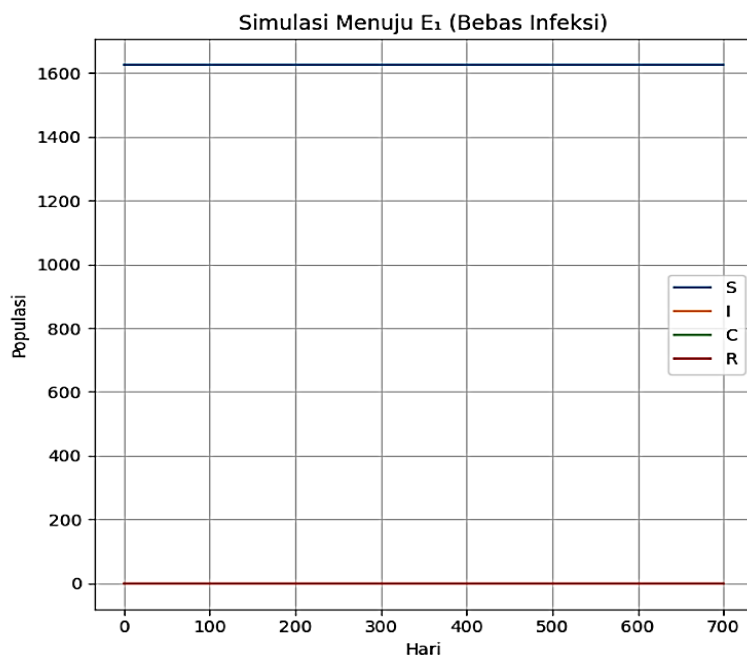
Berdasarkan data historis jumlah pasien diabetes dari salah satu instansi kesehatan di kabupaten Lamongan selama tahun 2024, dilakukan proses estimasi parameter untuk model SIRC. Estimasi ini bertujuan untuk menentukan laju transisi

antar kompartemen dalam model, sehingga dapat menggambarkan dinamika penyebaran penyakit secara lebih akurat. Proses estimasi dilakukan dengan pendekatan perhitungan selisih antar bulan pada masing-masing kompartemen (S, I, R, dan C), kemudian disesuaikan dengan bentuk persamaan diferensial model SIRC.

Tabel 2. Estimasi Parameter

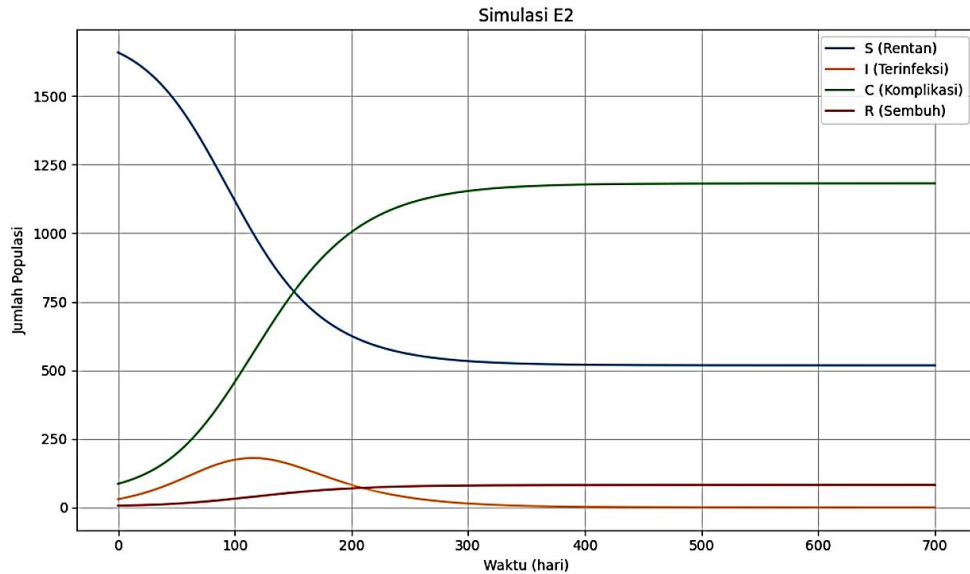
Pernyataan	Nilai
Laju perpindahan pasien dari kelompok susceptible ke infected (β)	0.00004
Laju pemulihan pasien dari kelompok infected menjadi recovered (γ)	0.0026
Laju perkembangan pasien dari kelompok infected ke kelompok komplikasi (δ)	0.3766
Laju kesembuhan dari kelompok komplikasi (α)	0.0000001

Hasil estimasi menunjukkan bahwa laju penularan ($\beta = 0.00004$) dan kesembuhan dari infeksi ($\gamma = 0.0026$) sangat rendah, sedangkan laju komplikasi tinggi ($\delta = 0.3766$) dan kesembuhan dari komplikasi hampir nol ($\alpha = 0.0000001$). Artinya, meskipun penyebaran lambat, risiko komplikasi sangat besar dan peluang sembuh setelah komplikasi sangat kecil. Intervensi sebaiknya difokuskan pada pencegahan awal dan peningkatan pengobatan komplikasi.



Gambar 1. Grafik Simulasi Titik Keseimbangan Bebas Infeksi

Simulasi menuju titik keseimbangan bebas infeksi $E_1 = (S, 0, 0, 0)$ menunjukkan bahwa seluruh populasi tetap berada dalam kondisi rentan. Nilai S konstan tinggi, sedangkan I, C, dan R tetap nol selama 700 hari. Artinya, tidak terjadi infeksi, komplikasi, maupun kesembuhan menandakan sistem stabil tanpa penyebaran penyakit.



Gambar 2. Grafik Simulasi Titik Kesetimbangan Endemik

Simulasi endemik (E_2) menunjukkan dinamika model SIRC selama 700 hari menuju titik kesetimbangan endemik $E_2 = [S, I, C, R] = [520, 0, 1150, 30]$. Jumlah rentan (S) menurun dan stabil di kisaran 500 – 600, infeksi aktif (I) sempat naik lalu turun hingga nol, komplikasi (C) terus meningkat dan menetap di atas 1100, sedangkan sembuh (R) naik perlahan dan tetap rendah. Hasil ini mencerminkan bahwa meskipun infeksi berhasil ditekan, dampak jangka panjang berupa komplikasi tetap mendominasi sistem.

Bilangan reproduksi dasar (R_0) dalam model SIRC menunjukkan potensi satu individu dalam fase infeksi menyebabkan peningkatan kasus komplikasi dalam populasi rentan. Nilai R_0 dihitung sebagai:

$$R_0 = \frac{\beta S_0}{\gamma + \delta}$$

$$R_0 = \frac{0.00004 \cdot 1659}{0.03766 + 0.0026} = \frac{0.06636}{0.04026} \approx 1.6483$$

Nilai ini berarti bahwa satu individu dalam fase infeksi berpotensi mendorong perburukan kondisi pada lebih dari satu orang lain. Meskipun diabetes bukan penyakit menular, $R_0 > 1$ menunjukkan risiko komplikasi tetap tinggi dan penyakit berpotensi berkembang secara endemik akibat buruknya pengelolaan penyakit atau keterlambatan intervensi. Untuk menghentikan siklus ini, diperlukan strategi pencegahan dan pengobatan yang efektif guna menurunkan R_0 di bawah 1.

Analisis kestabilan titik E_1 dilakukan dengan mengevaluasi matriks Jacobian model SIRC pada kondisi tanpa infeksi dan komplikasi. Hasil perhitungan menghasilkan nilai eigen $\lambda = [0,0,0,0,283]$. Tiga nilai nol menunjukkan arah netral, sedangkan satu nilai positif (0,283) menandakan adanya ketidakstabilan lokal. Karena terdapat nilai eigen positif, titik E_1 dinyatakan tidak stabil, sehingga sistem akan bergerak menjauh dari kondisi bebas penyakit dan cenderung menuju titik kesetimbangan endemik E_2 jika terganggu sedikit saja, misalnya oleh satu kasus infeksi baru.

4 Kesimpulan

Penelitian ini menunjukkan bahwa model matematika SIRC efektif dalam merepresentasikan dinamika perkembangan diabetes dengan komplikasi melalui pembagian populasi ke dalam empat kompartemen klinis. Hasil estimasi parameter mengindikasikan laju penularan yang rendah, namun disertai laju komplikasi yang tinggi dan tingkat pemulihan dari komplikasi yang sangat rendah. Analisis kestabilan menunjukkan bahwa titik keseimbangan bebas penyakit bersifat tidak stabil, sehingga sistem mudah bergerak menuju kondisi endemik. Simulasi jangka panjang memperlihatkan kecenderungan sistem menuju titik kesetimbangan endemik yang didominasi oleh kasus komplikasi. Nilai bilangan reproduksi dasar $R_0=1,6483$ menegaskan bahwa penyakit masih berpotensi berkembang tanpa intervensi yang memadai. Oleh karena itu, model SIRC dapat digunakan sebagai alat kuantitatif pendukung dalam perencanaan strategi pengelolaan dan pencegahan komplikasi diabetes.

5 Daftar Pustaka

- [1] Rohmah, Awawin Mustana; rifky ardhana, “Pengendalian Optimal Model Penyakit,” *J. Ilm. Teknosains*, vol. 5, no. 2, pp. 117–121, 2019.
- [2] R. Febriyanti, B. Prihandono, and M. Kiftiah, “Analisis Dinamik Model SIRC pada Transmisi Hepatitis B dengan Sirosis Hati,” *EULER J. Ilm. Mat. Sains dan Teknol.*, vol. 11, no. 2, 2023.
- [3] A. M. ; Rohmah and D. Rahmalia, “SEIR model simulation on the spreading of Ebola virus between two regions,” *J. Phys. Conf. Ser.*, vol. 1, 2021.
- [4] S. Syafruddin, W. Sanusi, and N. A. Bohari, “Pemodelan Matematika SEIR Penyebaran Penyakit Pneumonia pada Balita dengan Pengaruh Vaksinasi di Kota Makassar,” *JMathCos (Journal Math. Comput. Stat.*, vol. 4, no. 1, 2021.
- [5] N. Suniantara, I. G. N. G. A., Gunantara and M. Sudarma, “Analisis Penyebaran COVID-19 Menggunakan Model SIR (Susceptible, Infected, Recovered) di Provinsi Bali,” *J. Mat.*, vol. 9, no. 2, 2023.
- [6] A. M. Rohmah and D. Rahmalia, “Penyelesaian positif model penyebaran virus ebola antar dua wilayah,” *J. Mat. Univ. Udayana*, vol. 2, no. 10, pp. 44–52, 2020.
- [7] F. A. Kusumo, N. . Susyanto, I. Endrayanto, and A. Tameliala, “Model Berbasis SIR dalam Prediksi Awal Penyebaran COVID-19 di Daerah Istimewa Yogyakarta (DIY),” *J. Mat. Thales*, vol. 2, no. 1, 2020.
- [8] D. Rahmalia and A. M. Rohmah, “Optimal control and sensitivity analysis of infectious disease spread in two regions using quarantine and treatment,” in *AIP Conference Proceedings*, AIP Publishing LLC, 2022, p. 020017.